Concours d'entrée en première année
Cycle ingénieur de l'ENSAO

Epreuve de Mathématiques

Mercredi 27 juillet 2011 - Durée 2 heures

Les calculatrices sont strictement interdites

Question 1

Le développement limité de la fonction $x \mapsto \dfrac{1}{2+x}$ à l'ordre 2 au voisinage de 0 s'écrit, ε désignant une fonction telle que $\lim\limits_{x\to 0} \varepsilon(x) = 0$

(A) $1 - \dfrac{x}{2} + \dfrac{x^2}{4} + x^2\varepsilon(x)$ **(B)** $\dfrac{1}{2} - \dfrac{x}{4} + \dfrac{x^2}{8} + x^2\varepsilon(x)$

(C) $-\dfrac{x}{4} + \dfrac{x^2}{8} + x^2\varepsilon(x)$ **(D)** $\dfrac{1}{2} - \dfrac{x}{4} + x^2\varepsilon(x)$

Question 2

La fraction rationnelle $\dfrac{3X^3 + X}{(X+1)^2\,(X^2+1)}$ se décompose en éléments simples sous la forme

(A) $\dfrac{3}{X+1} - \dfrac{2}{(X+1)^2} - \dfrac{1}{X^2+1}$ **(B)** $\dfrac{2}{(X+1)^2} - \dfrac{1}{X^2+1}$

(C) $\dfrac{3}{X+1} + \dfrac{1}{(X+1)^2} - \dfrac{2}{X^2+1}$ **(D)** $\dfrac{1}{X+1} - \dfrac{3}{(X+1)^2} + \dfrac{2}{X^2+1}$

Question 3

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \begin{cases} x\exp\left(\frac{2x}{x^2-1}\right) & \text{si } x \neq \pm 1 \\ 0 & \text{si } x = \pm 1 \end{cases}$

(A) f est continue sur $\mathbb{R}$ **(B)** f est continue à droite en 1

(C) f est dérivable à droite en 1 **(D)** f est dérivable à gauche en 1

Question 4

On considère la matrice suivante : $A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$

(A) Les lignes de A sont linéairement indépendantes.

(B) La matrice A admet -1 pour valeur propre.

(C) Le vecteur $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ est un vecteur propre de A.

(D) La matrice A admet trois valeurs propres distinctes.

Question 5

La somme de la série numérique $\displaystyle\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{3^n}$ vaut

(A) $\dfrac{3}{4}$ **(B)** $-\dfrac{3}{4}$ **(C)** $\dfrac{3}{2}$ **(D)** $-\dfrac{3}{2}$

Question 6

On considère l'équation différentielle (E) : $4y''(t) - 5y'(t) + y(t) = 0$.
Si l'on désigne par λ et μ deux constantes réelles, alors la solution générale de l'équation (E) s'écrit sous la forme

(A) $y(t) = \lambda e^{\frac{t}{2}} + \mu e^{2t}$ **(B)** $y(t) = \lambda e^{-\frac{t}{4}} + \mu e^{t}$

(C) $y(t) = \lambda e^{\frac{t}{4}} + \mu e^{t}$ **(D)** $y(t) = \lambda e^{-\frac{t}{4}} + \mu e^{-t}$

Question 7

Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on pose l'intégrale $I_n = \displaystyle\int_0^1 \frac{dx}{(x^2+1)^n}$.

I_n et I_{n+1} sont liées par la relation de récurrence suivante :

(A) $I_{n+1} = \dfrac{2n-1}{2n} I_n + \dfrac{1}{n2^{n+1}}$ **(B)** $I_{n+1} = \dfrac{2n+1}{n} I_n + \dfrac{1}{2^n}$

(C) $I_{n+1} = \dfrac{1}{2n} I_n - \dfrac{1}{2^n}$ **(D)** $I_{n+1} = \dfrac{n}{2n+1} I_n - \dfrac{1}{2^n}$

Question 8

L'intégrale double $I = \displaystyle\int\int_D \frac{dx\,dy}{1+x^2+y^2}$, où $D = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 / y \geq 0 \text{ et } x^2+y^2 \leq 1\right\}$, vaut

(A) $\dfrac{\pi \ln 2}{4}$ **(B)** $\pi \ln 2$ **(C)** $2\pi \ln 2$ **(D)** $\dfrac{\pi \ln 2}{2}$

Question 9

Soit le nombre complexe $z = \dfrac{1+i\sqrt{3}}{\sqrt{3}-i}$.

(A) La forme algébrique de z est $z = 1 - i$.
(B) L'argument de z est $Arg(z) = \dfrac{\pi}{2}$ (modulo 2π).
(C) $|z| = \sqrt{2}$.
(D) $|z| = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

Question 10

L'espace $\mathbb{R}^3$ est rapporté à sa base canonique $\mathcal{B}$, soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^3$ qui à tout triplet (x, y, z) de réels associe le triplet $(x+3z,\ 0,\ y-2z)$.
La matrice A de f s'écrit dans la base canonique $\mathcal{B}$:

(A) $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -3 \\ 0 & 1 & -2 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ **(B)** $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 3 & 0 & -2 \end{pmatrix}$

(C) $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 \end{pmatrix}$ **(D)** $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

Question 11

Le rayon de convergence de la série entière $\sum_{n\geq 0} \frac{3n^3+n+1}{n!} x^n$ est

(A) $R = 1$ (B) $R = 0$ (C) $R = +\infty$ (D) $R = \frac{1}{3}$

Question 12

On considère dans l'ensemble des nombres complexes l'équation $z + |z|^2 = 7 + i$.
Cette équation admet :

(A) deux solutions distinctes qui ont pour partie imaginaire 1.
(B) une solution réelle.
(C) deux solutions dont une seule a pour partie imaginaire 1.
(D) une solution qui a pour partie imaginaire 2.

Question 13

La limite en 0 de la fonction $\frac{e^x - \cos x - x}{x^2}$ est égale à

(A) 0 (B) $+\infty$ (C) 1 (D) $\frac{1}{2}$

Question 14

Soit la fonction f de $\mathbb{R}^2$ dans $\mathbb{R}$ définie par $f(x,y) = x^3 + y^3 + 3xy$. Parmi les affirmations suivantes laquelle est juste ?

(A) Si le gradient de f s'annule en (a,b) alors $a = b = 1$.
(B) Le point $A(0,0)$ est un minimum local de f.
(C) Le point $B(-1,-1)$ est un maximum local de f.
(D) $(1,1)$ est un point selle de f.

Question 15

Parmi les intégrales généralisées suivantes, une seule est convergente. Laquelle ?

(A) $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{\sqrt{1+x}}$ (B) $\int_1^{+\infty} x \sin^2(\frac{1}{x})\, dx$

(C) $\int_1^{+\infty} \frac{\ln x}{x^2}\, dx$ (D) $\int_1^{+\infty} (x^2-1)\, dx$

Question 16

Soit f la fonction définie par $f(x) = \frac{x}{1+\ln x}$ et soit D son domaine de définition.

(A) $D =]0, +\infty[$ (B) f est strictement croissante sur $]1, +\infty[$

(C) $\forall x \in D,\ f'(x) = \frac{1-\ln x}{(1+\ln x)^2}$ (D) $\lim_{x\to 0} f(x) = +\infty$

Question 17

Soit l'équation différentielle du premier ordre (E) : $y'(t) = \dfrac{2t-1}{t^2}y(t) + 1$. Alors

(A) $y(t) = t^2(1 + e^{-1/t})$ est solution de (E) sur $\mathbb{R}$.

(B) $y(t) = t^2(1 - e^{1/t})$ est solution de (E) sur $]0, +\infty[$.

(C) $y(t) = t^2(1 - e^{1/t})$ est solution de l'équation homogène associée à (E).

(D) $y(t) = 2t^2 e^{1/t}(1 + e^{-1/t})$ est solution de (E) sur $]0, +\infty[$.

Question 18

Parmi les séries numériques suivantes, une seule est convergente. Laquelle ?

(A) $u_n = \left(1 + \dfrac{1}{n}\right)^n - 1$

(B) $u_n = \ln\left(1 + \dfrac{1}{n}\right)$

(C) $u_n = \sqrt{n^2+1} - n$

(D) $u_n = \dfrac{(-1)^n n}{(n+1)!}$

Question 19

Soit f la fonction 2π-périodique, définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$\begin{cases} f(x) = \dfrac{\pi - x}{2} & \text{si } 0 < x < 2\pi \\ f(0) = f(2\pi) = 0 & \end{cases}$$

On note $S(x) = a_0 + \sum_{n=1}^{+\infty} (a_n \cos nx + b_n \sin nx)$ son développement en série de Fourier. Alors

(A) $a_0 = \dfrac{\pi}{2}$

(B) $\forall n \in \mathbb{N}^*,\ b_n = \dfrac{(-1)^n}{n}$

(C) $\forall n \in \mathbb{N}^*,\ a_n = b_n$

(D) $\forall x \in \mathbb{R},\ S(x) = \sum_{n=1}^{+\infty} \dfrac{\sin nx}{n}$

Question 20

Parmi ces affirmations laquelle est juste ?

(A) Le degré de la somme de deux polynômes est le plus grand des deux degrés.

(B) Si un polynôme est divisible par deux polynômes alors il est divisible par leur produit.

(C) Le degré du produit de deux polynômes est la somme des deux degrés.

(D) Tout polynôme de degré n de $\mathbb{C}[X]$ possède n racines distinctes.

Concours d'accès à la première année du cycle ingénieur

ENSA Oujda (27 juillet 2011)

Epreuve de physique, durée : 1h 30mn

- *Cochez la bonne réponse*
- *Notation : réponse juste = + 2, réponse fausse = -1, pas de réponse = 0*

1- Soit une sphère Σ centrée sur la charge ponctuelle q. En absence de toute autre charge, le flux du champ électrique à travers la sphère Σ ne change pas:

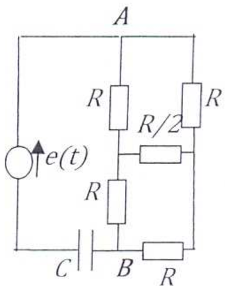
1. si on déplace q à l'intérieur de la sphère ;
2. si on remplace la sphère Σ par une sphère de rayon différent ;
3. si on remplace la sphère par un cube ;
4. si on approche d'autres charges à l'extérieur de la sphère ;
5. si on place d'autres charges à l'intérieur ;
6. si on remplace q par 2q et on divise le rayon de Σ par 2.

Entourez le groupe de propositions exactes :

Q_1 : A)1,2,3,6 B)2,3,4,6 C)2,3,4,5 D)1,2,3,4 E)1,2,4,5

2- Le générateur entretient entre ses bornes une tension sinusoïdale de la forme $e(t) = E\sqrt{2}\cos\omega t$

2-1- Le groupement de résistance entre A et B est équivalent à une résistance :



Q_2 : A)R/2 B)2R C)R D)R/3 E)3R /2

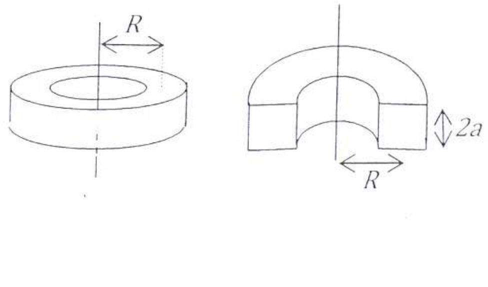
2-2- La valeur efficace de l'intensité du courant débité par le générateur est :

Q_3 : A) $\frac{E}{R}$ B) $\frac{RC\omega E}{\sqrt{1+R^2C^2\omega^2}}$ C) $\frac{3E}{R}$ D) $\frac{C\omega E}{\sqrt{1+R^2C^2\omega^2}}$ E) $\frac{2C\omega E}{\sqrt{4+R^2C^2\omega^2}}$

3- On considère un circuit R, L, C série alimenté par une tension sinusoïdale de valeur efficace E et de pulsation ω réglable. En faisant varier la pulsation on met en évidence le phénomène de la résonance. On pose $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$. Le facteur de surtension Q_0 est défini par l'expression :

Q_4 : A) $\frac{R}{L\omega_0}$; B) $RC\omega_0$; C) $\frac{1}{RCL\omega_0}$; D) $\frac{L}{R^2C}$; E) $\frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}$

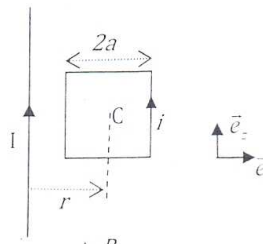
4-Une bobine torique à section carré de côté 2a, et de rayon R=2a est constituée de N tours d'un fil parcouru par un courant d'intensité I. Son inductance propre L a pour expression :



Q_5 : A) $\frac{\mu_0 N^2 a \ln 3}{\pi}$ B) $\frac{\mu_0 N^2 \ln 5}{\pi}$ C) $\frac{\mu_0 N \ln \frac{1}{2}}{\pi}$

D) $\frac{2\mu_0 N^2 a \ln 2}{\pi}$ E) $\frac{\mu_0 NIa \ln \frac{3}{2}}{\pi}$

5- Un fil rectiligne infini parcouru par un courant d'intensité I est placé dans le plan d'un circuit carré, parallèlement à deux de ses côtés. Le circuit carré, de centre C, est parcouru par un courant d'intensité i.

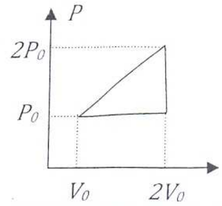


La force subie par le circuit carré a pour expression :

Q6 : A) $\vec{F} = \dfrac{\mu_0 Iia}{\pi(r^2 - a^2)}\vec{e}_x$; B) $\vec{F} = -\dfrac{2\mu_0 Iia}{\pi(r^2 - a^2)}\vec{e}_x$; C) $\vec{F} = \dfrac{2\mu_0 Iia^2}{\pi(r^2 - a^2)}\vec{e}_x$

D) $\vec{F} = \mu_0 Ii \ln\dfrac{r+a}{r-a}\vec{e}_x$; E) $\vec{F} = \mu_0 Ii \ln\dfrac{r^2 - a^2}{ra}\vec{e}_x$

6- On considère le cycle réversible ci contre décrit par un gaz parfait.



Si le rapport $\gamma = Cp/Cv = 1.4$, le rendement est alors égal à :

Q7: A) 0.055 ; B) 0.732 ; C) 1.02 ; D) 0.345 ; E) 1

7- Dans un repère galiléen R_g, la condition nécessaire et suffisante pour qu'un système solide ou un système rigide de solide S reste en équilibre par rapport à R_g est que :

Q8 : A) La résultante des forces extérieures appliquée au système soit nulle, B) Le moment des actions mécaniques de l'extérieur sur S soit nul, C) Le torseur des actions mécaniques de l'extérieur sur S soit nul, D) Le torseur des actions mécaniques de l'extérieur sur S est réduit un glisseur, E) Autre

8- La variation dS de l'entropie d'un système a deux causes différentes modifications à l'intérieur du système et modifications à l'extérieur du système soit ; $dS = d_eS + d_iS$ où d_eS est due aux modifications extérieures et d_iS est due aux modifications intérieures. Propositions :

1. $d_iS = 0$ pour une évolution réversible,
2. $d_iS < 0$ pour une évolution réversible,
3. $d_iS > 0$ pour une évolution irréversible,
4. $d_eS > dQ/T$, dQ la quantité de chaleur échangée et T température absolue
5. $d_eS = dQ/T$, dQ la quantité de chaleur échangée et T température absolue
6. $dS = dQ/T$, pour une évolution réversible
7. $dS > dQ/T$, pour une évolution irréversible
8. $dS < dQ/T$, pour une évolution irréversible.

Cochez le groupe de proposition vrai

Q9 : A) 2,3,4,7,8 ; B) 1,3,5,6,7 ; C) 1, 2,3,8 ; D) 1,2,3,8 ; E) Autre

9- On effectue brusquement une compression monotherme de P_1 à P_2 ($P_1 < P_2$) de n moles de gaz parfait situé dans un cylindre dont la température initiale est égale à la température de l'air ambiant T_{ext} constante. Si le système considéré est le gaz et R la constante des gaz parfait, alors :

La chaleur échangée par le gaz avec l'extérieur est :

Q10 : A) $Q_{brusque} = -nR\left(\dfrac{P_2}{P_1} - 1\right)$; B) $Q_{brusque} = -nR\left(\dfrac{P_1}{P_2} - 1\right)$; C) $Q_{brusque} = R^n\left(\dfrac{P_2}{P_1} - 1\right)$;

D) $Q_{brusque} = -nR\,(P_2 - P_1)$ E) Autre

Concours 1ère année/2011 (Cycle Ingénieur)	Epreuve de français

1- **Conjuguer les verbes aux temps indiqués :**

Au présent de l'indicatif :

Q1 : Je (apparaître) : A) apparais B) apparaìs C) apparait D) apparis

Q2 : Nous (voyager) : A) voyagons B) voyageont C) voyageons D) voyagerons

a- **A l'imparfait de l'indicatif :**

Q3 : Ils (siffler) : A) siflent B) siflaient C) sifflent D) sifflaient

Q4 : nous (rire) : A) riaient B) rions C) riions D) rierions

b- **Au futur de l'indicatif**

Q5 : Nous (mourir) : A) mourrons B) mourons C) mourrirons D) mourions

Q6 : Elles (se promener) : A) se sont promenés B) se sont promenées C) se sont promené D) se sont promener

2- **Donner les adverbes formés par ces mots :**

Q7 : Furtif : A) furtif B) fûrtivement C) furtivement D) furtivemment

Q8 : Gai : A) giaement B) gaiement C) gaîmment D) gaimment

3- **Mettre au pluriel :**

Q9 : *Laissez-passer* : A) laissez-passers B) laissez-passez C) laissez-passer D) laissez passez

Q10 : *Porte-avion*: A) porte-avion B) portent-avions C) porte-avionsD) portes-avions

4- **Repérer l'écriture correcte de ce qui se trouve entre parenthèses :**

Q11 : Vous trouverez **(ci-joint)** notification de la décision prise

A) ci-jointe B) ci-joint C) ci-jointes D) ci joint

Q12 : (Ci-inclus) la documentation que vous avez demandée

A) ci-incluses B) ci incluse C) ci-inclus D) ci-incluse

6- **Retrouver les significations les plus proches des mots**

Q13 : béatitude : A) Quiétude B) désarroi C) Anxiété D) inquiétude

Q14 : méthodique : A) Déductif B) Ordonné C) Empiriqu D) mathématique

7- **Choisir le terme qui convient le mieux au sens de chaque phrase :**

Q15 : Pour faire une demande d'emploi, remplissez ces deux **..............**

A) formulaires B) dépliants C) fichiers D) formules

Q16 : Il y a ....de désordre ici que je ne retrouve rien!

A) tellement B) beaucoup C) trop D) à foison

8- **choisir l'écriture correcte des chiffres :**

Q17 : **3 000 000 :**

A) trois millions B) trois Million C) trois milions D) 3 millions

Q18 : **81 :**

A) quatre-vingt-un B) quatre vingt un C) quatre vingts un D) quatre-vingts-un

<u>**Test de logique cognitive**</u>

Q19 : Compléter la série:

Meknès / **Tétouan** / **Taourirt** /............ ?..........................

A- Oujda B) Fès C) Al-Hoceima D) Marrakech

Q20 : Déterminer la lettre manquante :

9 (N) 26 (V) 13 (T) 5 (.......................?)

A) R B) W C) C D) K